

集合的关系

【A组—基础题】

1. 设 A, B 是两个集合, 有下列四个结论:

- ①若 $A \not\subseteq B$, 则对任意 $x \in A$, 有 $x \notin B$;
- ②若 $A \not\subseteq B$, 则集合 A 中的元素个数多于集合 B 中的元素个数;
- ③若 $A \not\subseteq B$, 则 $B \not\subseteq A$;
- ④若 $A \not\subseteq B$, 则一定存在 $x \in A$, 有 $x \notin B$.

其中正确结论的个数为()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

答案D

解析对于①, 不一定, 比如 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 3\}$ 故错误;

②若 $A \not\subseteq B$, 不一定, 比如 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 故错误;

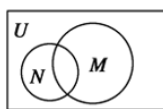
③若 $B \subseteq A$, 则 $A \not\subseteq B$, 但 $B \not\subseteq A$ 不成立, 故错误;

④若 $A \not\subseteq B$, 则一定存在 $x \in A$, 有 $x \notin B$, 故正确.

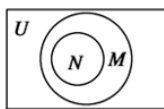
故正确结论的个数为1个,

故选: D

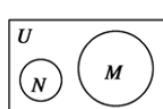
2. 已知全集 $U = R$, 则正确表示集合 $M = \{-1, 0, 1\}$ 和 $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是()



A



B



C



D

答案B

解析由 $N = \{x \mid x^2 + x = 0\} = \{-1, 0\}$, 则 $N \subset M$.

3. 满足条件 $\{1, 2, 3, 4\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的集合 M 的个数是()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

答案B

解析 $\because \{1, 2, 3, 4\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$\therefore$ 集合 M 中必有元素1, 2, 3, 4,

且集合 M 中还有元素5, 6中的0个或1个,

$\therefore$ 满足条件 $\{1, 2, 3, 4\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的集合 M 的个数是: 3.

故选: B.

4. 集合 $M = \{x \mid x = 3k - 2, k \in Z\}$, $P = \{y \mid y = 3n + 1, n \in Z\}$, $S = \{z \mid z = 6m + 1, m \in Z\}$ 之

间的关系是()

A. S 真包含于 P 真包含于 M B. $S = P$ 真包含于 M

C. S 真包含于 $P = M$ D. $M = P$ 真包含于 S

答案C

解析: $M = \{x|x = 3k - 2, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{y|y = 3n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $S = \{y|y = 6m + 1, m \in \mathbb{Z}\}$

$\therefore M = \{\dots - 8, -5, -2, 1, 4, 7, 10, 13, 16, \dots\}$

$P = \{\dots - 8, -5, -2, 1, 4, 7, 10, \dots\}$, $S = \{\dots 1, 7, 13, 19, 25, \dots\}$

故 $S \subseteq P = M$, 故选: C.

5. 已知 $M = \{x \in \mathbb{N} | \frac{6}{6-x} \in \mathbb{N}\}$, 则集合 M 的子集的个数是()

A. 8

B. 16

C. 32

D. 64

答案B

解析由于 $x \in \mathbb{N}$, 则 $x = 0, 1, 2, 3, \dots$.

当 $x = 0$ 时, $\frac{6}{6-0} = 1 \in \mathbb{N}$, 当 $x = 1$ 时, $\frac{6}{6-1} = \frac{6}{5} \notin \mathbb{N}$,

当 $x = 2$ 时, $\frac{6}{6-2} = \frac{3}{2} \notin \mathbb{N}$, 当 $x = 3$ 时, $\frac{6}{6-3} = \frac{6}{3} = 2 \in \mathbb{N}$,

当 $x = 4$ 时, $\frac{6}{6-4} = \frac{6}{2} = 3 \in \mathbb{N}$, 当 $x = 5$ 时, $\frac{6}{6-5} = 6 \in \mathbb{N}$,

当 $x = 7$ 时, $\frac{6}{6-7} = -1 \notin \mathbb{N}, \dots$

故集合 $M = \{0, 3, 4, 5\}$, 所以集合 M 子集个数为 $2^4 = 16$ 个.

故选: B.

6. 已知集合 $M = \{0, 1\}$, 集合 $N = \{0, 2, 1 - m\}$, 若 $M \subseteq N$, 则实数 $m =$ _____.

答案0

解析由题意知 $M \subseteq N$, 又集合 $M = \{0, 1\}$, 因此 $1 \in N$, 即 $1 - m = 1$. 故 $m = 0$.

7. 含有三个实数的集合可表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可表示为 $\{a^2, a + b, 0\}$, 则 $a^{2013} + b^{2014}$ 的值为.

答案-1

解析若 $a = a^2$, $a = 0$ 或 1 , 代回集合, 不满足集合元素的互异性; 则 $a = a + b$, 得 $b = 0$,

从而易得 $a = -1$; 故 $a^{2013} + b^{2014} = -1$.

8. 已知 $A = \{x|x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, $B = \{x|a \leq x < a + 4\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是_____.

答案 $\{a|a > 5 \text{ 或 } a \leq -5\}$

解析作出数轴可得, 要使 $B \subseteq A$, 则必须 $a + 4 \leq -1$ 或 $a > 5$, 解之得 $\{a|a > 5 \text{ 或 } a \leq -5\}$.

9. 集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{x|ax - 2 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则由实数 a 组成的集合为

答案 $\{-2, 1, 0\}$

解析: 集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{x|ax - 2 = 0\}$, $B \subseteq A$,

$\therefore B = \emptyset$ 或 $B = \{-1\}$ 或 $B = \{2\}$

$\therefore a = 0, 1, -2.$

$\therefore$ 由实数 a 组成的集合为: $\{-2, 1, 0\}$.

【B 组—提高题】

1. 集合 $A = \{(x, y) | y = |x|\}$, 集合 $B = \{(x, y) | y > 0, x \in R\}$, 则下列说法正确的是()

A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$ C. $A \cap B = \emptyset$ D. 集合 A 、 B 间没有包含关系

答案 D

解析 $A = \{(x, y) | y \geq 0, x \in R, \text{且 } y = |x|\}$;

$\therefore (0, 0) \in A$, 而 $(0, 0) \notin B$; $(0, 1) \in B$, 而 $(0, 1) \notin A$;

$\therefore$ 集合 A 、 B 间没有包含关系.

故选: D.

2. 已知集合 $A = \{x | x = 4n + 1, n \in Z\}$, $B = \{x | x = 4n - 3, n \in Z\}$, $C = \{x | x = 8n + 1, n \in Z\}$,

则 A 、 B 、 C 的关系是()

A. C 是 B 的真子集、 B 是 A 的真子集 B. A 是 B 的真子集、 B 是 C 的真子集

C. C 是 A 的真子集、 $A = B$ D. $A = B = C$

答案 C

解析 $\because A = \{x | x = 4n + 1, n \in Z\}$, $B = \{x | x = 4n - 3 = 4(n - 1) + 1, n \in Z\}$,

$\therefore A = B$; 故排除选项 A、B; 又 $\because 5 \in A$, $5 \notin C$, $\therefore$ 排除 D,

故选 C.

3. 已知集合 $M = \{x | x = m + \frac{1}{6}, m \in N\}$, $N = \{x | x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in N\}$, 则 M 、 N 的关系为()

A. $M = N$ B. $N \subsetneq M$ C. $M \subsetneq N$ D. $N \subseteq M$

答案 C

解析 由集合 $M = \{x | x = \frac{3 \cdot 2m + 1}{6}, m \in Z\}$,

$N = \{x | x = \frac{3n - 2}{6}, n \in Z\}$, 用 n 代替 $n + 1$ 可得 $\frac{3(n+1) - 2}{6} = \frac{3n + 1}{6}$, $n \in Z$,

所以 $N = \{x | x = \frac{3n + 1}{6}, n \in Z\}$, 所以 $M \subsetneq N$, 故选: C.

4. 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | ax > 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围()

A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$ C. $[0, 1]$ D. $[0, 1)$

答案 C

解析 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | ax > 1\}$,

若 $B \subseteq A$, 则 A 集合包含 B 集合的所有元素,

解 B 集合时, 当 $a < 0$ 时, 不满足题设条件,

当 $a = 0$ 时, x 无实数解, B 集合为空集, 满足条件,

当 $a > 0$ 时, $x > \frac{1}{a}$, 则 $\frac{1}{a} \geq 1, a \leq 1$, 即 $0 < a \leq 1$,

综上则实数 a 的取值范围为: $[0, 1]$,

故选: C.

5. 若集合 $A = \{x \mid (k+2)x^2 + 2kx + 1 = 0\}$ 有且仅有2个子集, 则实数 k 的值是 ()

- A. -2 B. -2或-1 C. 2或-1 D. ± 2 或-1

答案D

解析要使得一个集合有且仅有2个子集, 则须使集合有且仅有1个元素.

因此方程 $(k+2)x^2 + 2kx + 1 = 0$ 要么有且仅有一个实根, 即 $k+2=0, k=-2$;

要么有且仅有两个相等的实根. 由 $\Delta = (2k)^2 - 4(k+2) = 0$ 得 $k=-1$ 或 $k=2$.

所以选D.

【C组—拓展题】

1. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 5 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 a 的取值范围_____.

答案 $a \in (-\infty, -3]$

解析由题得 $A = \{1, 2\}$, 因为 $B \subseteq A$, 则

① $B = \emptyset$, 所以 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 5) = 8a + 24 < 0$, 解得 $a < -3$;

② $B = \{1\}$, 则 $\begin{cases} \Delta = 8a + 24 = 0 \\ 1 + 2(a+1) + a^2 - 5 = 0 \end{cases}$, 解得方程组无解;

③ $B = \{2\}$, 则 $\begin{cases} \Delta = 8a + 24 = 0 \\ 4 + 4(a+1) + a^2 - 5 = 0 \end{cases}$, 解得 $a = -3$;

④ $B = \{1, 2\}$, 则 $\begin{cases} \Delta = 8a + 24 > 0 \\ 1 + 2(a+1) + a^2 - 5 = 0 \\ 4 + 4(a+1) + a^2 - 5 = 0 \end{cases}$, 无解.

综上 $a \in (-\infty, -3]$.

2. 已知集合 $A = \{x \mid 2a \leq x \leq a^2 + 1\}, B = \{x \mid x^2 - 3(a+1)x + 2(3a+1) \leq 0\}$, 其中 $a \in R$.

(1) 若 $4 \in A, 3 \notin A$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

答案(1) $[\sqrt{3}, 2]$ (2) $\{a \mid a = -1 \text{ 或 } 1 \leq a \leq 3\}$

解析(1) 因为 $4 \in A$, 所以 $2a \leq 4 \leq a^2 + 1$, 解得 $a \leq -\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3} \leq a \leq 2$.

又 $3 \notin A$, 所以 $2a > 3$ 或 $a^2 + 1 < 3$, 故 $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$ 或 $a > \frac{3}{2}$.

$\therefore$ 若 $4 \in A, 3 \notin A$, 有 $\sqrt{3} \leq a \leq 2$;

故 a 的取值范围是: $[\sqrt{3}, 2]$.

(2) $B = \{x \mid (x-2)[x-(3a+1)] \leq 0\}$,

当 $3a+1=2$, 即 $a=\frac{1}{3}$ 时, $B=\{2\}$, 不合题意.

当 $3a+1<2$, 即 $a<\frac{1}{3}$ 时, $B=\{x|3a+1\leq x\leq 2\}$, 所以 $\begin{cases} 3a+1\leq 2a \\ a^2+1\leq 2 \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} a\leq -1 \\ -1\leq a\leq 1 \end{cases}$, 解得 $a=-1$.

当 $3a+1>2$, 即 $a>\frac{1}{3}$ 时, $B=\{x|2\leq x\leq 3a+1\}$, 所以 $\begin{cases} 2a\geq 2 \\ a^2+1\leq 3a+1 \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} a\geq 1 \\ 0\leq a\leq 3 \end{cases}$, 解得 $1\leq a\leq 3$.

综上知, $a=-1$ 或 $1\leq a\leq 3$.

故实数 a 的取值范围是 $\{a|a=-1\text{或}1\leq a\leq 3\}$